

עבודת קיץ לתלמידים העולים לכיתה יא' (4 יח"ל)

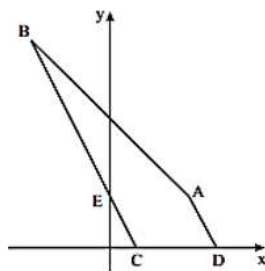
יש להגיש את העבודה בתאריך 1.09.26 בצורה מסודרת. העבודה היא חובה ועם ציון.

1. לציין את שם התלמיד.
2. להגיש עבודה בקלסר דק או תיקייה שקופה.
3. כל שאלה תתחיל בדף חדש.
4. לציין מספר השאלה והנושא.
5. סרטוטים חובה (עם סרגל)
6. למרקר את התשובות.

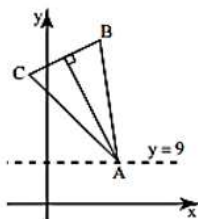
שאלה אחת או שתיים מהעבודת קיץ יכנסו למבחן מעבר וגם למבחן הראשון.

עבודה נעימה!!!

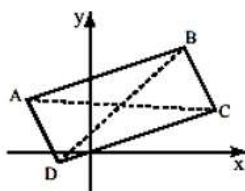
הנדסה אנליטית



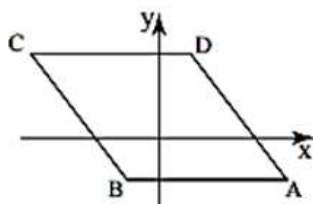
1. ABCD הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
הצלע AB מונחת על הישר $y = -x + 10$,
והצלע CD מונחת על ציר ה-x.
נתון: $C(2;0)$, $D(8;0)$, שיעור ה-x של הנקודה A הוא 6.
א. מצאו את שיעור ה-y של הנקודה A.
ב. מצאו את משוואת הישר AD.
ג. מצאו את שיעורי הנקודה B.
ד. הישר BC חותך את ציר ה-y בנקודה E.
(1) הראו כי הישר AE מקביל לציר ה-x.
(2) מצאו את שטח המשולש AEB.



2. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון: $C(-1;14)$, $B(3;16)$.
א. מצאו את משוואת הגובה לבסיס BC.
ב. מצאו את שיעורי הקדקוד A, אם הוא נמצא על הישר $y = 9$.
ג. קבעו האם הטענה הבאה נכונה: במשולש שווה שוקיים הגובה לשוק בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.
ד. (1) מצאו את משוואת הגובה לשוק AC.
(2) מצאו את משוואת התיכון לשוק AC.
(3) קבעו על סמך תשובותיכם האם הגובה לשוק במשולש שווה שוקיים בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.



3. במרובע ABCD נתון: $AD = BC$, $AB = DC$.
א. איזה מרובע הוא ABCD? נמקו.
ב. משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{3}x + 7$,
ומשוואת הצלע AD היא $y = -2x - 7$.
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה $(3;4.5)$.
מצאו את שיעורי הקדקודים A ו-C.
ג. מצאו את שיעורי הקדקודים B ו-D.

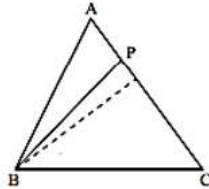


4. במעוין ABCD, משוואת הצלע DC היא $y = 8$.
ומשוואת האלכסון BD היא $y = 2x + 2$.
אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה-y.
א. הוסיפו לציור את אלכסוני המעוין.
ב. מצאו את משוואת האלכסון AC.
ג. מצאו את קדקודי המעוין.

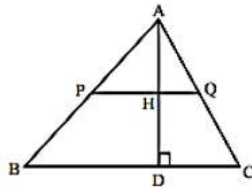
תשובות:

1. א. $y_A = 4$. ב. $y = -2x + 16$. ג. $(-6; 16)$. ד. (2) 36 .
2. א. $y = -2x + 17$. ב. $(4; 9)$. ג. לא נכונה . ד. (1) $y = x + 13$ (2) $y = 3x + 7$ (3) לא מתלכד .
3. א. מקבילית . ב. $A(-6; 5)$, $C(12; 4)$. ג. $B(9; 10)$, $D(-3; -1)$.
4. א. $y = -\frac{1}{2}x + 2$. ב. $A(12; -4)$, $B(-3; -4)$, $C(-12; 8)$, $D(12; 4)$.

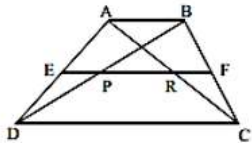
גאומטריה



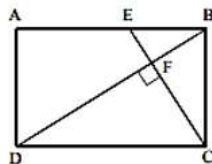
5. במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AC . נתון: $CP = 6$ ס"מ , $AP = 3$ ס"מ . $S_{\triangle CBP} = 24$ סמ"ר . חשבו את שטח המשולש ABC .



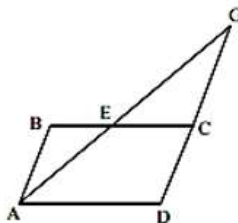
6. PQ הוא קטע אמצעים במשולש ABC . AD הוא גובה לצלע BC . הקטעים AD ו-PQ נחתכים בנקודה H . א. הוכיחו: $AH = HD$. ראו הדרכה בתשובות . ב. הסבירו מדוע AH הוא גובה במשולש APQ . ג. הוכיחו: שטח המשולש ABC גדול פי 4 משטח המשולש APQ .



7. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD , החותך את האלכסונים AC ו-BD בנקודות R ו-P בהתאמה . א. הסבירו מדוע $EP = \frac{1}{2}AB$. ב. הוכיחו: $EP = RF$. ג. הוכיחו: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.



8. במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AB . נתון: $CE \perp DB$. F היא נקודת הפגיש של DB עם CE . א. הוכיחו: $\triangle DCB \sim \triangle CBE$. ב. הוכיחו בעזרת סעיף א': $BC^2 = DC \cdot BE$. ג. נתון: $BE = 9$ מ"מ , $BC = 12$ מ"מ . חשבו את אורך האלכסון DB .

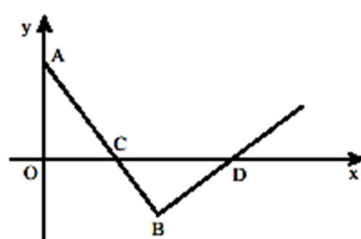


9. במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע BC , כך ש- $\frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}$. שטח המשולש GEC הוא 18 סמ"ר . א. הוכיחו: $\triangle AEB \sim \triangle GEC$. ב. חשבו את שטח המשולש AEB . ג. הוכיחו: $\triangle GAD \sim \triangle GEC$. ד. חשבו את שטח המשולש GAD . ה. חשבו את שטח המקבילית ABCD .

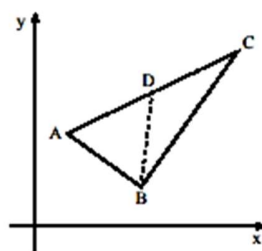
תשובות:

5. 36 סמ"ר .
6. א. הדרכה: התבוננו במשולש BOC . ג. הדרכה: סמנו $AH = x$, $PQ = y$, והביעו את שטחי המשולשים ABC ו-APQ על ידי x ו-y .
8. ג. 20 מ"מ . 9. ב. 8 סמ"ר . ד. 50 סמ"ר . ה. 40 סמ"ר .

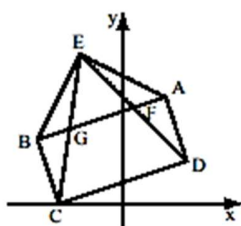
שאלות המשלבות הנדסה אנליטית עם גאומטריה



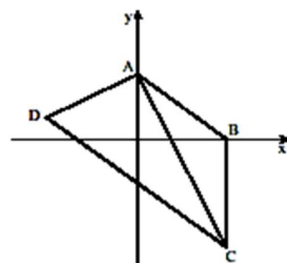
11. בציור נתונות הנקודות $A(0;4)$, $B(4.8;-2.4)$.
 הישר AB חותך את ציר ה- x בנקודה C.
 א. מצאו את שיעורי הנקודה C.
 ב. הוכיחו: $OC = BC$.
 ג. בנקודה B העבירו אנך לישר AB.
 האנך חותך את ציר ה- x בנקודה D.
 הוכיחו: $\triangle AOC \cong \triangle BDC$.
 ד. מהם שיעורי הנקודה D?
 ה. עידו טוען ללא חישובים נוספים אפשר לדעת כי $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BDC}$. האם הוא צודק? נמקו.



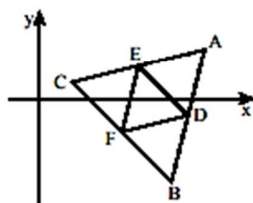
12. במשולש ABC נתון: $A(1;4)$, $B(5;1)$, $C(11;9)$.
 א. הוכיחו שהמשולש הוא ישר זווית.
 ב. הנקודה D נמצאת על הצלע AC, כך שמתקיים: $AD = BD$.
 הוכיחו: $AD = DC$. הדרכה: סמנו $\angle A = \alpha$.
 ג. הסבירו מדוע: $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD}$.
 אין צורך לחשב את השטחים.



13. במרובע ABCD נתון: $A(2;5)$, $B(-4;3)$, $C(-3;0)$, $D(3;2)$.
 א. הראו שהמרובע ABCD הוא מלבן.
 ב. הנקודה E(-2;7) נמצאת מחוץ למלבן.
 הראו ש- $AE = BE$.
 ג. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle BCE$.
 ד. הוכיחו: $\angle AEG = \angle BEF$.



14. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 AC חוצה את הזווית BCD.
 א. הראו כי $AB = BC$.
 ב. נתון: $A(0;3)$, $B(4;0)$.
 חשבו את אורך הקטע BC.
 ג. הקטע BC מאונך לציר ה- x .
 מצאו את משוואת האלכסון AC.

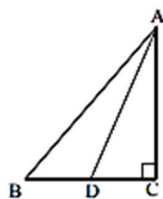


15. D, E ו-F הן נקודות האמצע של צלעות משולש ABC, ראו ציור.
 נתון: $E(6;2)$, $D(9;-1)$, $F(5;-2)$.
 א. מצאו את משוואות צלעותיו של המשולש ABC.
 ב. מצאו את שיעורי הקדקודים A, B ו-C.

תשובות:

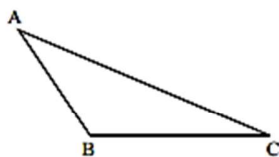
11. א. $C(3;0)$. ד. $D(8;0)$. ה. כן, משולשים חופפים הם שווי שטח. 12. א. B.
 13. א. הדרכה: הראו על ידי חישובי שיפועים, שצלעות סמוכות במרובע מאונכות זו לזו.
 14. ב. 5. ג. $y = -2x + 3$. 15. א. $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$, $y = -x + 3$, $y = 4x - 37$. ב. $C(2;1)$, $A(10;3)$, $B(8;-5)$.

טריגונומטריה במישור

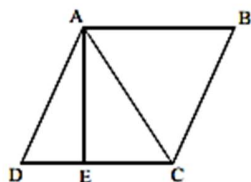


- 16.** AD הוא התיכון לניצב BC במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$). נתון: $64^\circ = \angle ADC$, $AC = 6$ ס"מ.
א. חשבו את אורך הצלע BC.
ב. חשבו את גודל הזווית ABC.

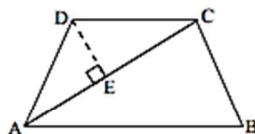
- 17.** במשולש שווה-שוקיים היקף המשולש גדול פי 3.6 מבסיס המשולש.
א. סמנו ב-x את בסיס המשולש והביעו על ידי x את שוק המשולש.
ב. מצאו את זווית הבסיס של המשולש.



- 18.** במשולש ABC הצלע AC ארוכה פי 3 מהצלע AB. נתון: $45^\circ = \angle BAC$.
שטח המשולש הוא $27\sqrt{2}$.
מצאו את אורכי הצלעות AB ו-AC.



- 19.** נתון מעוין ABCD. גובה המעוין, AE, שווה ל-12 ס"מ. אלכסון המעוין, AC, יוצר זווית בת 35° עם הגובה AE.
א. חשבו את הזווית ACD ואת הזווית DAE.
ב. חשבו את אורך הצלע של המעוין.
ג. חשבו את שטח המעוין ABCD.

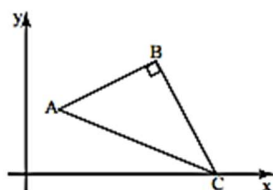


- 20.** בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$) השוק AD שווה לבסיס הקטן DC. נתון: $37^\circ = \angle CAB$, $AC = 20$ ס"מ.
א. מצאו את זווית המשולש ADC.
ב. חשבו את אורך השוק AD.
ג. חשבו את שטח הטרפז.

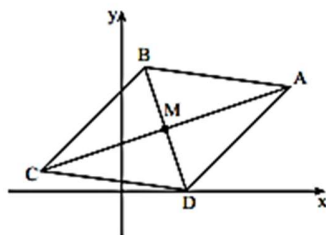
תשובות:

- 16.** א. 5.853 ס"מ. ב. 45.71° . **17.** א. 1.3. ב. 67.38° .
18. 6 ס"מ, 18 ס"מ. **19.** א. $55^\circ = \angle ACD$, $20^\circ = \angle DAE$. ב. 12.77 ס"מ. ג. 153.24 סמ"ר.
20. א. $74^\circ, 106^\circ, 74^\circ, 106^\circ$. ב. 12.52 ס"מ. ג. 192.2 סמ"ר.

שאלות המשלבות הנדסה אנליטית עם טריגונומטריה



21. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$). נתון: $A(4;8)$, $B(16;14)$, והקדקוד C נמצא על ציר ה-x.
א. מצאו את משוואת הניצב BC ואת שיעורי הקדקוד C.
ב. מהם אורכי הצלעות BC ו-AC?
ג. חשבו את זוויותיו החדות של המשולש ABC.

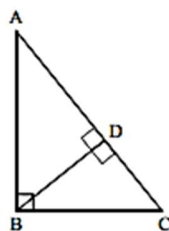


22. לפניכם מעוין ABCD. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M. נתון: $A(8;5)$, $C(-4;1)$.
א. מצאו את משוואת האלכסון BD.
ב. נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה-x. מצא את שיעורי הנקודות D ו-B.
ג. חשבו את זוויותיו של המעוין.

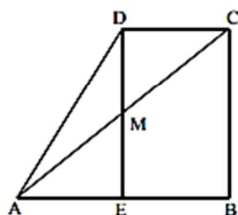
תשובות:

21. א. $C(23;0)$, $y = -2x + 46$. ב. $7\sqrt{5} = 15.65$, $5\sqrt{17} = 20.62$. ג. 49.37° , 40.63° .
22. א. $y = -3x + 9$. ב. $D(3;0)$, $B(1;6)$. ג. 126.87° , 53.13° , 126.87° , 53.13° .

שאלות המשלבות גאומטריה עם טריגונומטריה



23. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$). BD הוא הגובה ליתר AC.
א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.
ב. הוכיחו: $AB^2 = AD \cdot AC$.
ג. נתון: $AD:DC = 16:9$. חשבו את הזווית A.
הדרכה: סמנו $AD = 16x$.

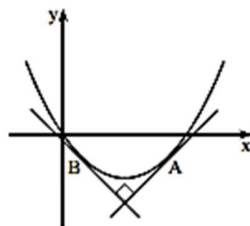


24. ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$). האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M. נתון: $DM = ME$.
א. הוכיחו: $\triangle CDM \cong \triangle AEM$.
ב. הוכיחו: המרובע DCBE הוא מלבן.
ג. הוכיחו: $AE = BE$.
ד. נתון: $\angle BAC = 40^\circ$, $BE = 4$.
(1) חשבו את גובה הטרפז. (2) חשבו את אורך השוק AD.

תשובות:

23. א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$. ב. הוכיחו: $AB^2 = AD \cdot AC$. ג. נתון: $AD:DC = 16:9$. חשבו את הזווית A.
24. א. הוכיחו: $\triangle CDM \cong \triangle AEM$. ב. הוכיחו: המרובע DCBE הוא מלבן. ג. הוכיחו: $AE = BE$. ד. נתון: $\angle BAC = 40^\circ$, $BE = 4$.
(1) חשבו את גובה הטרפז. (2) חשבו את אורך השוק AD.

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים



1. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 5x$.
 ישר משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = 3$.
 א. מצאו את שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.
 ב. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B מאונך למשיק בנקודה A (ראו ציור). מצאו את שיעורי הנקודה B.
2. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^4}{2} - ax + 10$ בנקודה $x = 1$ מקביל לישר $y = -2x + 10$. מצאו את a.



3. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -x^3 + 9x^2$.
 א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -2$?
 הדרכה: היעזרו בגרף הפונקציה.
 ה. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית.
4. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 8x^2 - 16x$.
 א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
 ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+3)$.
 (1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את הגרף של $g(x)$?
 (2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
 (3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ד. (1) לאילו ערכים של k, יש למשוואה $f(x) = k$ שני פתרונות?
 (2) לאילו ערכים של k, יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות?

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 18x^2 + 32$.
 א. הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
 ב. מצאו: (1) נקודות קיצון. (2) תחומי עלייה וירידה. (3) נקודות חיתוך על הצירים.
 ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ד. מהם תחומי החיוביות של הפונקציה $f(x)$?
 ה. היעזרו בסעיפים קודמים, ופתרו את אי השוויון $x^4 - 18x^2 + 32 < 0$.

6. הפונקציה $f(x) = 2x^3 - mx^2 + 12x$ מקיימת: $f'(3) = 12$.
 א. מצאו את m.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

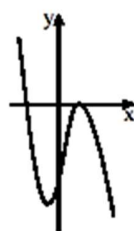
7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - \frac{2x^3}{3}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < 0$ וגם $f'(x) > 0$?
- הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = -f(x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$. הדרכה: הגרף של $-f(x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- x .
- הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x) = f(-x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$. הדרכה: הגרף של $f(-x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- y .

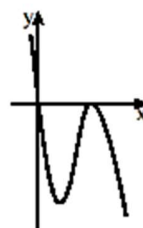
תשובות:

- א. 1. ב. $(2; -6)$. 2. $a = 4$.
- א. $(0; 0)$ מינימום, $(6; 108)$ מקסימום. ב. עלייה: $0 < x < 6$, ירידה: $x > 6$ או $x < 0$.
- א. $(0; 0)$, $(9; 0)$. ד. פתרון אחד. ה. $6 < x < 9$ או $x < 0$.
- א. (1) כל x . (2) $(1\frac{1}{3}; -9\frac{13}{27})$ מינימום, $(4; 0)$ מקסימום. (3) עלייה: $1\frac{1}{3} < x < 4$, ירידה: $x > 4$ או $x < 1\frac{1}{3}$. (4) $(0; 0)$, $(4; 0)$.

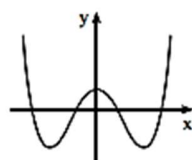
- ב. ג. (1) 3 יחידות שמאלה. (2) $(-\frac{2}{3}; -9\frac{13}{27})$ מינימום, $(1; 0)$ מקסימום.



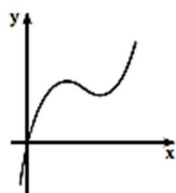
(3)



- ד. (1) $k = -9\frac{13}{27}$, $k = 0$ (2) $k = -9\frac{13}{27}$, $k = 0$.



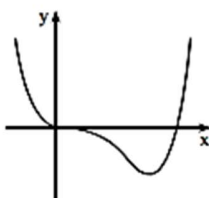
5. א. (1) $(-3; -49)$ מינימום, $(0; 32)$ מקסימום. ב. $(-3; -49)$ מינימום. ג. עלייה: $x > 3$ או $-3 < x < 0$. ירידה: $0 < x < 3$ או $x < -3$. (3) $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; 0)$, $(-4; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 32)$. ד. $x < -4$ או $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ או $x > 4$. ה. $-4 < x < -\sqrt{2}$ או $\sqrt{2} < x < 4$.



ד.

6. א. $m = 9$. ב. $(0; 0)$. ג. (1; 5) מקסימום, (2; 4) מינימום.

7. א. כל x . ה.



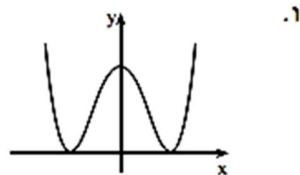
- ב. $(0.5; -0.021)$ מינימום. ג. עלייה: $x > 0.5$, ירידה: $x < 0.5$. ד. $(\frac{2}{3}; 0)$, $(0; 0)$. ו. $0.5 < x < \frac{2}{3}$. ז. $(0.5; 0.021)$ מקסימום. ח. $(-0.5; -0.021)$ מינימום.

חשבון דיפרנציאלי – פונקציה מורכבת

8. נתונה הפונקציה $y = (x+2)^4$.
 א. מצאו את הנגזרת של הפונקציה.
 ב. לגרף הפונקציה מעבירים משיק בנקודה $(-1;1)$ שעל הגרף.
 (1) חשבו את שיפוע המשיק. (2) מצאו את משוואת המשיק.
 ג. חשבו את הזווית החדה שיוצר המשיק עם ציר ה- x .
9. נתונה פונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^2$.
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
 ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ה. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ז. הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל x .
 ח. (1) מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = f(x) - 6$.
 (2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$?
10. גזרו את הפונקציה $y = 2x^2(x+2)^4$.
 הדרכה: בשלב ראשון גזרו אחד מגורמי המכפלה. בשלב השני יש להשתמש בנגזרת של מכפלת שתי פונקציות. הוציאו גורם משותף מקסימלי. השאירו את התשובה כמכפלה.

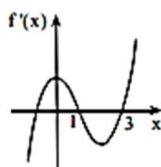
תשובות:

8. א. $y' = 4(x+2)^3$. ב. (1) 4. (2) $y = 4x + 5$. ג. 75.96° .
 9. א. כל x .
 ג. (0;1) מקסימום, (1;0) מינימום, (-1;0) מינימום.
 ד. עלייה: $x > 1$ או $-1 < x < 0$ ירידה: $0 < x < 1$ או $x < -1$.
 ה. (0;1), (1;0), (-1;0).
 ח. (1) (0;-5) מקסימום, (1;-6) מינימום, (-1;-6) מינימום.
 (2) שתי נקודות.
 10. $4x(x+2)^3(3x+2)$.

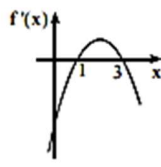


הקשר בין גרף הפונקציה לבין גרף הנגזרת שלה

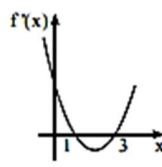
11. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד – נקודת מקסימום ב- $x=1$ ונקודת מינימום ב- $x=3$. נתון שהנגזרת $f'(x)$ מתאפסת פעמיים בלבד.
 א. עבור אילו ערכי x מתקיים: (1) $f'(x) = 0$ (2) $f'(x) > 0$ (3) $f'(x) < 0$.
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את הגרף של $f'(x)$, הנגזרת של $f(x)$?



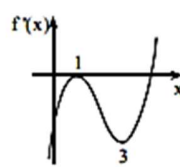
גרף 1



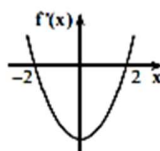
גרף 2



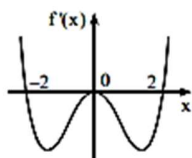
גרף 3



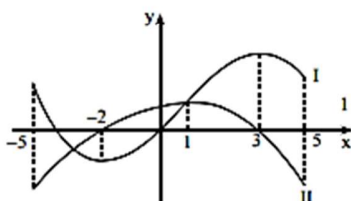
גרף 4



12. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של $f'(x)$.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.
 ד. נתון גם: $f(0) = 0$.
 שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



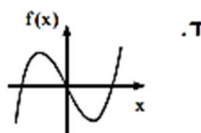
13. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
 ב. נתון: $f(0) = 0$.
 שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. לגרף הפונקציה $f(x)$ העבירו משיקים המקבילים לציר ה- x .
 מהם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה?
 ד. נתון גם כי משוואת הפונקציה $f(x)$ היא $f(x) = 3x^5 - 20x^3$.
 מצאו את משוואות המשיקים שבסעיף ג'.



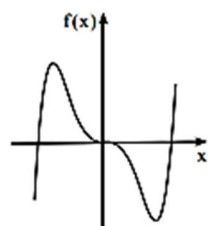
14. בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$.
 אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$, והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$?
 ב. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (כולל נקודות קצות התחום), וקבעו את סוג הקיצון.

תשובות:

11. א. (1) $x = 1$, $x = 3$. (2) $x > 3$ או $x < 1$. (3) $1 < x < 3$. ב. גרף 3.



12. א. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$.
 ב. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$, ירידה: $-2 < x < 2$.
 ג. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.



13. א. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$, ירידה: $-2 < x < 2$.
 ג. $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$.
 ד. $y = -64$, $y = 64$, $y = 0$.

14. א. גרף I הוא של $f(x)$.
 הסבר אפשרי: כאשר גרף I עולה, אז גרף II הוא חיובי, וכאשר גרף I יורד, אז גרף II הוא שלילי.
 ב. $x = 5$ מינימום, $x = 3$ מקסימום, $x = -2$ מינימום, $x = -5$ מקסימום.

סטטיסטיקה

צבע הפרח	מספר הפרחים
אדום	8
צהוב	18
כחול	14
ורוד	18
לבן	22

1. באזור מסוים בדקו את צבעי הפרחים בערוגות פרחים.

התוצאות מוצגות בטבלה שלפניכם :

- מהו המשתנה? האם הוא איכותי או כמותי?
- מהו הצבע ששכיחותו היא הגבוהה ביותר?
- מהו הצבע ששכיחותו היחסית היא הגבוהה ביותר?
- מהי השכיחות היחסית (בשבר פשוט) של הצבע ששכיחותו היא הנמוכה ביותר?
- מהו סכום השכיחויות היחסיות של כל הצבעים? ענו ללא חישובים.

ו. בערוגת פרחים אחרת התברר ש- 20% מהפרחים הם צהובים.

האם אחוז זה גדול, קטן או שווה לאחוז הפרחים הצהובים בערוגה הנתונה בשאלה?

2. לפניכם רשימה של ציונים שהתקבלו בכיתה מסוימת.

9, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 7, 4.

א. סדרו את הנתונים בטבלת שכיחויות.

ב. שרטטו דיאגרמת עמודות של התפלגות הציונים.

ג. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו את הציון 4 או 9?

ד. ורד טוענת ש"ככל שהציון גבוה יותר, שכיחותו גבוהה יותר".

האם היא צודקת? **האם קל יותר לראות מגמה כזו בדיאגרמה או בטבלה?**

ה. התווספו לרשימה שני ציונים: 7 ו-9.

(1) קבעו האם השכיחות היחסית של הציון 9 גדלה, קטנה או לא השתנתה.

(2) קבעו האם השכיחות היחסית של הציון 4 גדלה, קטנה או לא השתנתה.

4. בטבלה מתוארת התפלגות השכר השעתי (בשקלים) של פועלים בחברת כוח אדם בתחום הבנייה.

השכר	140-159.99	120-139.99	100-119.99	80-99.99	60-79.99
מספר הפועלים	1	3	5	4	2

א. מהו הרווח של כל קבוצה?

ב. כמה פועלים נבדקו בסך הכול?

ג. כמה אחוזים מהפועלים שנבדקו הם בעלי שכר שעתי שהוא לפחות 120 שקלים?

ד. שרטטו היסטוגרמה המתארת בקבוצות שוות רוחב את התפלגות השכר הנתונה.

ה. שני פועלים ששכרם השעתי הוא 85 שקלים קיבלו העלאה של 10 שקלים לשעה.

(1) האם ההיסטוגרמה השתנתה?

(2) האם ההיסטוגרמה הייתה משתנית אם שני הפועלים היו מקבלים העלאה

בשכר של 20 שקלים לשעה? נמקו.

5. במפעל בדקו את המשכורת החודשית של העובדים. התפלגות המשכורות מתוארת בטבלה:

מספר העובדים	10	14	20	10	6
המשכורת החודשית (בשקלים)	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000

א. (1) העריכו ללא חישובים: האם המשכורת החודשית הממוצעת גבוהה מ-8,000 שקלים או נמוכה מ-8,000 שקלים? נמקו.

(2) נסו לאמוד בין אילו שתי משכורות בטבלה נמצאת המשכורת החודשית הממוצעת.

ב. חשבו את המשכורת החודשית הממוצעת של עובדי המפעל.

ג. מצאו את המשכורת החודשית הממוצעת של עובדי המפעל שמשכורתם החודשית גבוהה מהמשכורת הממוצעת.

ד. במפעל אחר, המשכורת החודשית של כל אחד מהעובדים היא 7,000 שקלים.

קבעו מהי המשכורת הממוצעת, למרות שלא ידוע מספר העובדים באותו מפעל.

6. הטבלה שלפניכם מציגה את התפלגות מספר החדרים לדירה במלון דירות.

מספר הדירות	10	x	12	6
מספר החדרים	2	3	4	5

א. ממוצע מספר החדרים בדירה במלון זה הוא 3.25. חשבו את x.
 ב. דנה מנהלת חברה, שבה 120 עובדים. היא מעוניינת להזמין את כל עובדיה לבילוי סוף שבוע, שבו כל עובד מקבל חדר. האם במלון הדירות יש מספיק חדרים כדי לארח את כל עובדי החברה?

7. נתונה רשימה של מספר ימי ההיעדרות מהעבודה (במהלך שנה) של שישה עובדים בחברת שמירה: 12, 12, 12, 12, 12, 3.
 א. חשבו את הממוצע ואת החציון של מספר ימי ההיעדרות של העובדים.
 ב. יואב טוען שהחציון מייצג טוב יותר מהממוצע את ימי ההיעדרות. נסו לנמק בעד דעתו.
 ג. עידו טוען שהממוצע מייצג טוב יותר מהחציון את ימי ההיעדרות. נסו לנמק בעד דעתו.

8. מספר השירים ששרה מקהלת זמר בכל הופעה משתנה בהתאם לדרישה. הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר השירים ששרה המקהלה במשך השנה:

מספר השירים	5	6	7	8	9
מספר ההופעות	4	7	10	6	12

א. חשבו את חציון מספר השירים ששרה המקהלה במשך השנה.
 ב. מה יהיה החציון, אם נוסיף לנתונים המקוריים הופעה אחת שבה המקהלה שרה 8 שירים?
 ג. מה יהיה החציון, אם נוסיף לנתונים המקוריים 3 הופעות שבהן המקהלה שרה 8 שירים?
 ד. מה יהיה החציון, אם נוסיף לנתונים המקוריים 4 הופעות שבהן המקהלה שרה 8 שירים?

11. השכר הממוצע של הפועלים שעובדים במפעל הוא 7,200 שקלים. למפעל נוספו שלושה פועלים: אחד ששכרו 6,700 שקלים, שני ששכרו 7,400 שקלים ושלישי ששכרו 8,100 שקלים.
 א. חשבו את ממוצע השכר של שלושת הפועלים שהתווספו.
 ב. קבעו האם ממוצע השכר החדש גדול, קטן או שווה לממוצע השכר המקורי.

12. בשני בתי ספר נערך מבחן. בבית הספר הראשון לומדים 200 תלמידים, ובבית הספר השני לומדים 600 תלמידים. הציון הממוצע של התלמידים בבית הספר הראשון היה גבוה ב-8 נקודות מהציון הממוצע של התלמידים בבית הספר השני.
 הציון הממוצע של כלל התלמידים בשני בתי הספר היה 72.
 א. מהו הציון הממוצע של התלמידים בכל בית ספר?
 ב. לבית הספר הראשון הצטרפו 40 תלמידים שהציון הממוצע שלהם הוא 93.
 מה הממוצע החדש בבית ספר זה?

14. נבדקו הציונים של חמישה תלמידים בשני מקצועות: ביולוגיה וכימיה.
 להלן הציונים בביולוגיה: 89, 89, 89, 90, 91, 91, 91.
 להלן הציונים בכימיה: 80, 80, 80, 90, 100, 100, 100.
 א. מהו הציון הממוצע בכל אחד משני המקצועות?
 ב. באיזה משני המקצועות פיזור הציונים גדול יותר להערכתכם? ענו ללא חישובים.
 ג. חשבו את סטיית התקן של הציונים בכל מקצוע, ובדקו את תשובתכם לסעיף ג'.
 ד. האם טווח הציונים משקף בצורה טובה את ההבדל בפיזור הנתונים בשני המקצועות?

15. לפניכם התפלגות הציונים של קבוצת תלמידים שנבחרה במתמטיקה :

מספר התלמידים	5	7	10	18
הציון	70	80	90	100

- א. חשבו את ממוצע הציונים.
 ב. חשבו את סטיית התקן של הציונים.
 ג. (1) מצאו את השכיח והחציון.
 (2) מבין שלושת מדדי המרכז (ממוצע, חציון ושכיח), קבעו איזה מדד מייצג את התפלגות הציונים באופן פחות טוב.

16. להלן התפלגות הציונים של קבוצת תלמידים במבחן :

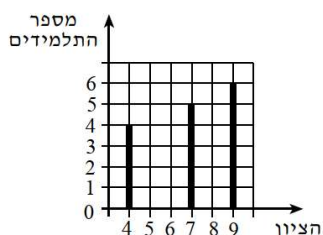
הציון	6	7	8	9	10
מספר התלמידים	4	9	x	9	4

- א. הראו כי ממוצע הציונים במבחן הוא 8.
 ב. כמה תלמידים קיבלו ציון 8, אם **סטיית התקן** במבחן זה היא $\frac{5}{6}$?

תשובות:

1. א. המשתנה הוא צבע הפרח, והוא משתנה איכותי. ב. לבן. ג. לבן. ד. $\frac{8}{80} = \frac{1}{10}$.
 ה. 1 (או 100%) . ו. קטן.

ב.



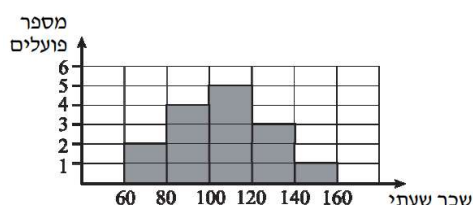
2. א.

ציון	4	7	9
מספר תלמידים	4	5	6

ג. $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

- ד. ורד צודקת. קל לראות זאת בדיאגרמה.
 ה. (1) השכיחות היחסית של הציון 9 גדלה.
 (2) השכיחות היחסית של הציון 4 קטנה.

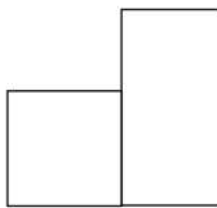
3. א. טלוויזיה. ב. כן. ג. 400. ד. 140. ה. 42. ו. 10.5%. ז. 49.



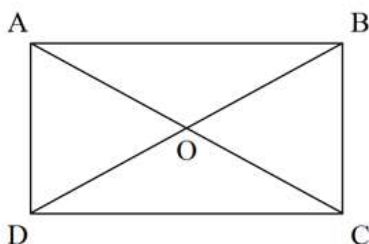
4. א. 20 שקלים. ב. 15 פועלים. ג. 26.67%.
 ד. השכר על ציר ה-x בשקלים.
 ה. (1) לא. (2) כן, גובה מלבן השכר 80-100 היה יורד ב-2 יחידות, וגובה מלבן השכר 100-120 היה עולה ב-2 יחידות.

5. א. (1) נמוכה מ-8,000 שקלים.
הסבר: מספר העובדים שמשכורתם נמוכה מהמשכורת הממוצעת, גדול ממספר העובדים שמשכורתם גבוהה מהמשכורת הממוצעת.
(2) בין 7,000 ל-8,000 שקלים. ב. 7,800 שקלים. ג. 8,611.11 שקלים. ד. 7,000 שקלים.
6. א. $x = 28$. ב. כן, במלון הדירות יש 182 חדרים, ולעובדי החברה מספיקים 120 חדרים.
7. א. הממוצע הוא 10.5, החציון הוא 12.
ב. כמעט כל המשתתפים זהים בערכם לחציון שערכו 12, ולכן הוא מייצג טוב את המשתתפים.
ג. הממוצע מתחשב בכל ערכי המשתתפים, לכן הוא נמוך מ-12, וזה נותן ייצוג גם לעובד שהיו לו 3 ימי היעדרות. החציון אינו מתחשב בעובד זה, ותלוי רק במשתתפים האמצעיים.
8. א. 7 שירים. ב. 7 שירים. ג. 7.5 שירים. ד. 8 שירים.
9. א. יש שני שכיחים: מכונית אחת או שתי מכוניות. ב. $\frac{2}{7}$. ג. 10 משפחות.
10. א. השכיח הוא y והחציון הוא y . ב. מספר התלמידים שקיבלו את הציון y גדול ממספר התלמידים שקיבלו את הציון x , ולכן הממוצע יהיה קרוב יותר ל- y מאשר ל- x . ג. החציון.
11. א. 7,400 שקלים. ב. גדול מהממוצע המקורי.
12. א. בבית הספר הראשון הממוצע הוא 78, בבית הספר השני הממוצע הוא 70. ב. 80.5.
13. א. 1.56 פעמים בשבוע. ב. הממוצע. ג. פעם אחת בשבוע. ד. 1.67 פעמים בשבוע.
14. א. ביולוגיה: 90, כימיה: 90. ב. בכימיה.
ג. $S_{\text{ביולוגיה}} = 0.9258$, $S_{\text{כימיה}} = 9.258$. סטיית התקן בכימיה אכן גדולה יותר. ד. כן.
15. א. 90.25. ב. 10.60. ג. (1) שכיח - 100, חציון - 90. (2) השכיח. 16. ב. 46 תלמידים.
17. א. אם מוסיפים ציון שאינו משפיע על הממוצע, הרי הוא שווה לממוצע, כלומר שווה ל-60.
ב. הציון הנוסף שווה לממוצע, לכן הוא מקטין את הפיזור, כלומר מקטין את סטיית התקן.
ג. קטנה. ד. (1) לא השתנה. (2) לא משקף.

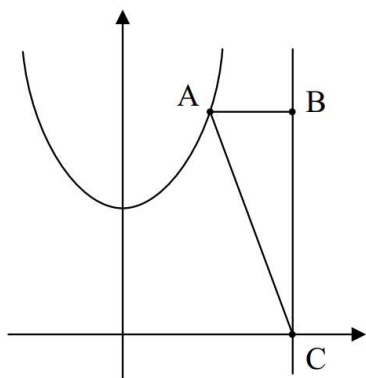
בעיות קיצון



3. בשרטוט מופיעה צורה המורכבת מריבוע ומלבן צמודים.
רוחב המלבן הוא x . אורך המלבן גדול פי 2 מרוחב המלבן.
היקף הצורה כולה הוא 22 ס"מ.
א. הביעו באמצעות x את אורך צלע הריבוע.
ב. מצאו את x שעבורו סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי.
ג. חשבו את סכום השטחים המינימלי של הריבוע והמלבן.



4. אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.
היקף המלבן ABCD הוא 40 ס"מ. נסמן: $BC = x$.
א. הביעו באמצעות x את:
1. אורך הצלע CD.
2. אורך האלכסון BD.
ב. מצאו את x שעבורו אורך האלכסון BD יהיה מינימלי.
ג. האם ייתכן שאורך האלכסון BD יהיה 14 ס"מ? הסבירו.



5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 9$ ונתון הישר $x = 6$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון

משמאל לישר. הנקודות B ו-C נמצאות על הישר $x = 6$

כך ש: $AB \perp BC$.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

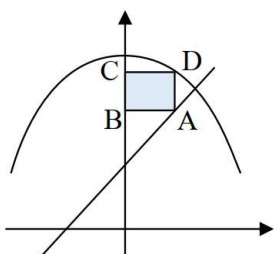
א. הביעו באמצעות t את:

1. אורך הקטע AB.

2. שטח המשולש $\triangle ABC$.

ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא מקסימלי.

ג. האם ייתכן משולש $\triangle ABC$ שנבנה באופן המתואר ושטחו 60 יח"ר? הסבירו.



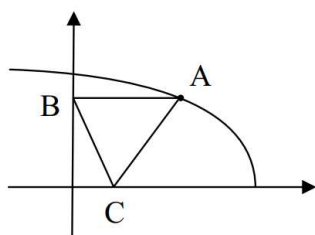
6. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על הישר $y = 6x + 6$ והנקודה D

נמצאת על הפרבולה $f(x) = -x^2 + 21$ כמתואר בשרטוט.

הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה-y כך שמתקבל המלבן ABCD.

א. חשבו את השטח המקסימלי של המלבן ABCD.

ב. כאשר שטח המלבן ABCD מקסימלי, חשבו את היקפו.



7. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{9-x}$.

הנקודות B ו-C נמצאות על הצירים כמתואר בשרטוט.

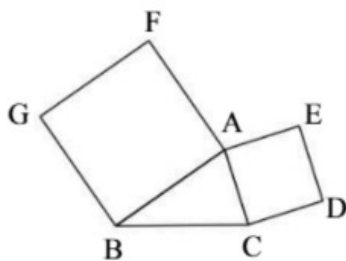
הקטע AB מקביל לציר ה-x.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את שטח המשולש $\triangle ABC$.

ב. האם ייתכן משולש $\triangle ABC$ שנבנה באופן המתואר ושטחו 12 יח"ר? הסבירו.

8.



נתון המשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AB = BC$),

שעל צלעותיו בנויים הריבועים ACDE ו-ABGF.

היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא 20 ס"מ.

נסמן: $AF = x$.

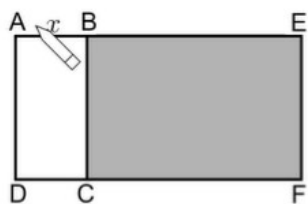
א. הביעו באמצעות x את סכום שטחי הריבועים.

ב. מצאו את ערך ה-x שבעבורו סכום שטחי הריבועים יהיה מינימלי.

ג. מצאו את הסכום המינימלי של שטחי הריבועים.

ד. כאשר סכום שטחי הריבועים מינימלי, חשבו את היחס בין שטח הריבוע הגדול לבין שטח הריבוע הקטן.

9.



נתון מלבן ABCD שהיקפו הוא 72 ס"מ.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע BC.

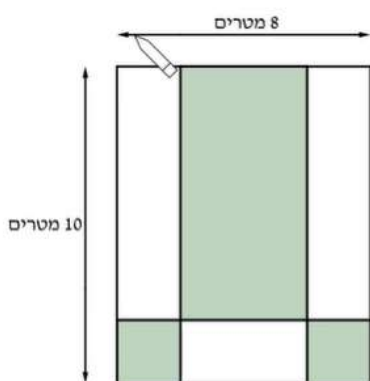
על הצלע BC בנו מלבן נוסף BEFC (המלבן האפור בציור).

אורך הצלע BE גדולה פי 3 מאורך הצלע AB.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן BEFC.

(2) מצא עבור איזה ערך של x שטח המלבן BEFC הוא מקסימלי.

10.



נתונה מדשאה מלבנית שמידותיה הן 10 מטרים ו-8 מטרים.

רוצים להקצות שטח המיועד לשתילי תבלינים המורכב

משני ריבועים זהים ומלבן כמתואר בציור (השטח הירוק).

מסמנים ב- x את אורך הצלע של הריבועים.

א. הבע באמצעות x את כל השטח המיועד

לשתילי התבלינים.

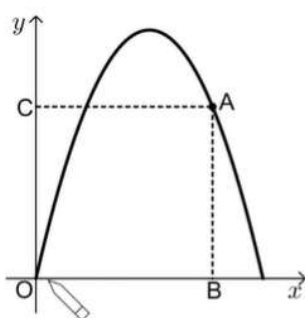
ב. מה צריך להיות x עבורו השטח המיועד

לשתילי התבלינים יהיה מינימלי?

ג. בהנחה ש-1 מ"ר של שתילי תבלינים עולה 50 ₪,

מה יהיה המחיר המינימלי של שתילי התבלינים?

11.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 9x$.

מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC.

נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה A.

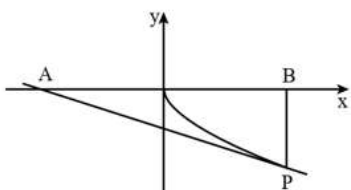
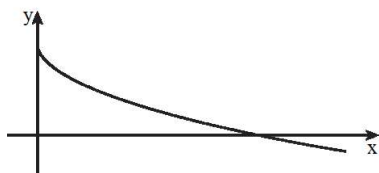
א. (1) הבע באמצעות x את שיעורי הנקודה A.

(2) הבע באמצעות x את היקף המלבן ABOC.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A עבורם היקף המלבן ABOC

הוא מקסימלי.

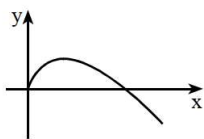
ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB?



4. נתונה הפונקציה $y = (x-2)\sqrt{x}$.

- א. מצאו את הנגזרת של הפונקציה. יש להשתמש בנוסחה לנגזרת של מכפלת שתי פונקציות.
 ב. מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה על הגרף שבה $x = 4$.

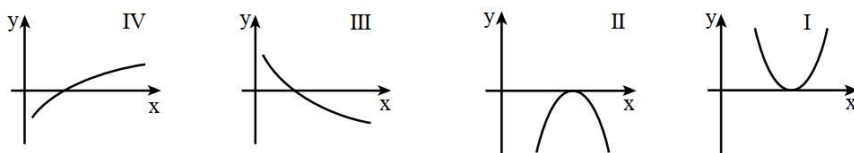
5. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} - x$.



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 (3) מצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
 ב. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ג. הסבירו מדוע בתחום $x \geq 0$ מתקיים אי השוויון $2\sqrt{x} - x \leq 1$.
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x)$.
 ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x) = f(x+1)$.

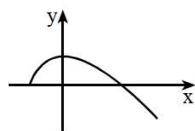
8. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 (3) מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
 ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמקו.

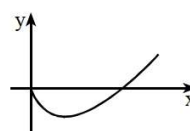


תשובות:

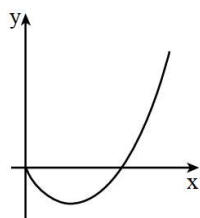
1. א. $x \geq 0$. ב. $(0;3)$, $(9;0)$. ג. $0 \leq x < 9$. ד. $x > 9$. 2. א. $(5;3)$ מקסימום, $(-5;3)$ מקסימום. ג. $3 \leq$
 3. א. $P(9;-6)$. ב. $y = -\frac{1}{3}x - 3$. ג. 54. 4. א. $\frac{3x-2}{2\sqrt{x}}$. ב. $y = 2\frac{1}{2}x - 6$.
 5. א. (1) $x \geq 0$, (2) $(0;0)$, $(4;0)$, (3) $(1;1)$ מקסימום, $(0;0)$ מינימום.
 ב. חיוביות: $0 < x < 4$, שליליות: $x > 4$.



ה.



ד.



ב.

8. א. (1) $x \geq 0$, (2) $(0;0)$, $(9;0)$.

(3) $(0;0)$ מקסימום, $(4;-8)$ מינימום.

ג. IV. הסבר: ל- $f(x)$ נקודת מינימום פנימית עבור $x = 4$,

לכן גרף הנגזרת $f'(x)$ עובר ב- $x = 4$ משליליות לחיוביות.

ומבין הגרפים הנתונים, הגרף המתאים הוא גרף IV.